

# Analyse spectrale des filtres de la méthode de désaisonnalisation X-11-ARMMI

## Spectral analysis of the filters in the X-11-ARIMA seasonal adjustment method

Pierre A. Cholette

Volume 56, numéro 3, juillet-septembre 1980

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/600931ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/600931ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Cholette, P. A. (1980). Analyse spectrale des filtres de la méthode de désaisonnalisation X-11-ARMMI. *L'Actualité économique*, 56(3), 465-484. <https://doi.org/10.7202/600931ar>

Résumé de l'article

This paper examines the changes produced on the seasonal estimates of the X-11-ARIMA method (Dagum, 1980), when (1) the two by twelve preliminary trend-cycle estimator is replaced by that of Cholette (1979a) (now optional in the program) and when (2) the "end" weights of the seasonal three by three and three by five moving averages are modified.

The results show that the first substitution has a small but desirable effect which becomes more substantial for short series and for those with fast cyclical movements. On the other hand, the suggested replacement of the seasonal end weights would entail considerable improvements for series with stable seasonality or with much irregularity. Both modifications do not affect the properties of X-11-ARIMA in the "centre" of long series.

# ANALYSE SPECTRALE DES FILTRES DE LA MÉTHODE DE DÉSAISONNALISATION X-11-ARMMI \*

## *Introduction*

Ce travail fait l'analyse spectrale des filtres saisonniers combinés implicites à l'utilisation de la méthode de désaisonnalisation X-11-ARMMI (Dagum, 1980). Cependant, les difficultés suivantes interviennent : la portion ARMMI de la méthode implique des filtres variant avec chaque modèle autorégressif de moyenne mobile intégré (ARMMI) et chaque combinaison de valeurs prises par un modèle donné ; de même, le remplacement des valeurs extrêmes fait que la méthode varie avec chaque série particulière. Afin de se concentrer sur ce qui ne change pas dans la méthode et afin de la rendre tout à fait linéaire, on suppose que l'option ARMMI n'est pas utilisée et que le remplacement des extrêmes n'a pas lieu. Dans ces circonstances, les filtres deviennent fixes pour toute série de longueur donnée. Pour les séries à composantes multiplicativement reliées, le traitement additif par le truchement de la transformation logarithmique préserve la linéarité de l'approche.

L'étude porte donc sur l'aspect linéaire de la méthode X-11-ARMMI. La partie linéaire de cette méthode diffère légèrement de celle de la méthode X-11 (Shiskin, Young et Musgrave, 1967). Notamment, les poids saisonniers des moyennes mobiles trois de trois et trois de cinq des séries de cinq ans et moins sont plus « rigides » dans la première que dans la dernière et on trouve dans X-11-ARMMI un système de poids optionnel (Cholette, 1979a) destiné à l'estimation préliminaire de la tendance-cycle au lieu de la moyenne mobile deux de douze. Il s'agira d'abord ici de déterminer l'effet du dit système de poids cyclo-tendanciels alternatif, ainsi que de l'utilisation d'un éventuel système de poids saisonniers non centraux plus rigides (pour les 3 de 3 et 3 de 5) applicables aux séries de cinq ans et plus également.

Le travail fournit aussi l'occasion de ventiler les propriétés statistiques de la méthode d'après le type de fluctuations supposées présentes dans la série à désaisonnaliser et d'après la longueur de cette série et la position de l'estimé dans celle-ci. La première ventilation permet d'isoler

---

\* Texte présenté au 20<sup>e</sup> congrès de la Société canadienne de science économique qui s'est tenu du 14 au 16 mai 1980, à Québec.

l'influence de certaines fluctuations — accidentelles ou cycliques par exemple — sur les estimés ; et la deuxième, de suivre les variations des propriétés statistiques des estimés à mesure que la série se raccourcit (ou s'allonge) et à mesure que l'estimé en question se déplace du centre vers la fin de la série.

### 1. *Calcul des poids combinés implicites au X-11-ARMMI*

A.H. Young (1968) élabore une manière de calculer les poids combinés implicites à l'estimation des composantes principales des chroniques — soit la tendance-cycle, la saisonnalité et l'irrégulier — par la méthode de désaisonnalisation X-11 (Shiskin, Young et Musgrave, 1967), lorsqu'on omet le traitement des valeurs extrêmes. Ses résultats valent aussi pour les séries à composantes multiplicativement reliées, pourvu qu'elles soient traitées additivement grâce à une transformation logarithmique.

Cette approche, reprise en algèbre linéaire dans un travail antérieur (Cholette, 1979b), permet le calcul exact des poids combinés implicites à la partie linéaire de X-11 et de X-11-ARMMI (sans l'option ARMMI et sans le remplacement des extrêmes), lorsque les chroniques comprennent un nombre fixé de termes, notamment quand elles s'étendent sur sept, six, cinq, quatre et trois ans. Il suffit d'effectuer des opérations d'algèbre linéaire sur des matrices de poids représentant les moyennes mobiles deux de douze, trois de trois, trois de cinq, Henderson, etc., et de faire varier les dimensions et le contenu de ces matrices ou opérateurs selon le nombre d'années et de mois dans la série (ou plutôt dans l'intervalle d'estimation considéré) et selon les options choisies pour les différents opérateurs successifs.

Soit  $P$  la matrice de poids pour estimer la saisonnalité, on a alors

$$\hat{S} = P Z = \begin{pmatrix} p_{t,k} & t=1, \dots, T \\ & k=1, \dots, T \end{pmatrix} (z_k \quad k=1, \dots, T), \quad (1)$$

$T \times 1 \qquad T \times T \qquad T \times 1$

où les vecteurs  $Z$  et  $\hat{S}$  représentent respectivement les  $T$  observations et les  $T$  estimés saisonniers de l'intervalle d'estimation. Le produit scalaire de la première rangée de poids ( $p_{1,k} \quad k=1, \dots, T$ ) et des observations  $\{z_k\}$  donne le facteur saisonnier estimé  $\hat{s}_1$  pour la période un de l'intervalle. De même, le produit de la  $t$ -ième rangée par le vecteur des observations donne le  $t$ -ième estimé saisonnier, car l'équation (1) s'écrit en extension

$$\hat{s}_t = \sum_{k=1}^T p_{t,k} z_k, \quad t=1, \dots, T. \quad (2)$$

L'indice  $t$  de  $p_{t,k}$  désigne donc la *période d'estimation* du poids et l'indice  $k$ , sa *période d'application*. Chaque rangée a trait à une même période d'estimation et constitue une moyenne (pondérée) ou filtre linéaire repérable par sa période d'estimation  $t$  et analysable par les méthodes spectrales.

## 2. L'analyse spectrale des filtres linéaires

L'analyse spectrale des filtres décrit leurs effets sur des fluctuations sinusoïdales supposées présentes dans la série à filtrer. On peut caractériser complètement ces effets par le *gain* et le *déphasage*. Le premier indique avec quelle réduction ou augmentation d'amplitude une sinusoïde de périodicité donnée est transmise à la série filtrée ; et le second, avec quel décalage temporel le passage a lieu. La *périodicité* mesure la longueur de temps nécessaire à une sinusoïde pour accomplir un cycle complet. L'inverse de la périodicité donne la *fréquence*.

Les économistes ont traditionnellement assimilé aux *périodicités cyclo-tendanciennes* les mouvements relativement longs. En général, des sinus et cosinus de 20 mois et plus donnent de bonnes approximations de la tendance-cycle. On représente le mouvement saisonnier par des sinus et cosinus de périodicités de 12, 6, 3, 2.4 et 2 mois ainsi que de périodicités voisinant immédiatement celles-ci. On retiendra comme *périodicités saisonnières* ces « bandes » de périodicités, et comme *périodicités intersaisonnières* et *périodicités présaisonnières*, les périodicités restantes qui échoient à la composante irrégulière. Des frontières précises seront attribuées à ces divers voisinages dans la section suivante selon des critères dont il y sera question.

Une explicitation des fonctions de gain et de déphasage conclut cette section. Soient l'intervalle  $(1, \dots, T)$  contenant les périodes temporelles d'application d'un filtre linéaire ;  $t$ , la période d'estimation du filtre ;  $(w_k, k=1, \dots, T)$ , les poids du filtre dont on cherche les gains  $G(\omega)$  et déphasage  $\varphi(\omega)$  définis pour chaque fréquence  $\omega$ ,  $0 \leq \omega \leq 1/2$  ; et  $A(\omega)$  et  $B(\omega)$ , les quantités suivantes

$$A(\omega) = \sum_{k=1}^T w_k \cos(2\pi\omega(k-t)), \quad B(\omega) = \sum_{k=1}^T w_k \sin(2\pi\omega(k-t)). \quad (3)$$

Le gain du filtre et son déphasage s'écrivent respectivement

$$G(\omega) = (A(\omega)^2 + B(\omega)^2)^{1/2}, \quad G(\omega) \geq 0, \quad (4)$$

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1} (B(\omega)/A(\omega)) / 2\pi\omega. \quad (5)$$

### 3. Critère d'évaluation des changements faits à X-11-ARMMI

Le même article de Young (1968, pp. 458-459) démontre que les poids saisonniers combinés implicites à la partie linéaire du X-11 appliqué à des séries de longueur infinie se peuvent réduire à un système de poids septennal avec très peu d'effets sur les estimés. En d'autres mots, la méthode équivaut en pratique à un système de poids mobile de sept ans même pour les séries plus longues. D'autre part, on s'accorde à dire que la méthode donne de très bons estimés *historiques* qui résident dans l'année centrale, la quatrième d'un intervalle d'estimation septennal. Ainsi les performances « centrales » du X-11-septennal offrent un critère d'évaluation des effets produits par des modifications à la méthode.

Or, pour les séries de six ans et plus la « partie linéaire » du X-11-ARMMI *standard*, lorsque l'option ARMMI et l'option de remplacement de la deux de douze ne sont pas utilisées, est exactement identique à celle du X-11<sup>1</sup>. Pour cette raison, le critère retenu sera plus précisément la performance spectrale du filtre *quasi central*, relatif à la 43<sup>e</sup> des 84 périodes d'estimation, du X-11-ARMMI septennal standard. La figure 1 montre que le gain associé à ce filtre voisine zéro aux fréquences cycliques, 1/180 et moins, 2/180, ..., 9/180, qui correspondent à la gamme de périodicités de 15 ans (180 mois) et plus jusqu'à 20 mois ; aux fréquences présaisonnières, 10/180, 11/180, 12/180, ainsi qu'aux fréquences intersaisonnières, 18/180, 19/180, ..., 27/180, 33/180, ..., 42/180, 48/180, ..., 57/180, 63/180, ..., 72/180, 78/180, ..., 87/180. Ceci signifie que les fréquences cycliques et irrégulières sont presque entièrement éliminées de la série ainsi filtrée. Par contre, la figure indique que le filtre conserve complètement (à 100%) les *fréquences saisonnières fondamentale et harmoniques*, 15/180, 30/180, 45/180, 60/180, 75/180 et 90/180, qui rendent compte du caractère purement déterministe et répétitif de la saisonnalité, et passe entre environ 30 à 90 pour cent des autres fréquences saisonnières restantes, *quasi saisonnières*, qui rendent compte du caractère stochastique et évolutif du phénomène saisonnier.

La section quatre tentera de déterminer si la substitution à la deux de douze de l'estimateur cyclo-tendanciel de Cholette (1979a), optionnels dans X-11-ARMMI, affecte le gain quasi central septennal, d'une part, et, d'autre part, si elle rend les gains relatifs aux autres périodes et

1. Pour la série de cinq ans, la seule différence entre les parties linéaires des deux méthodes réside dans les poids saisonniers « stables » de la trois de trois du X-11-ARMMI et non stables dans le cas du X-11. Pour les séries de quatre ans, cette différence vaut également pour la trois de cinq. Pour celles de trois ans, les deux méthodes redeviennent équivalentes. Comparer les poids saisonniers de Shiskin, Young et Musgrave (1967), pp. 61 et 62, avec ceux de Dagum (1980), pp. 113 et 114.

intervalles d'estimation plus semblables au gain quasi central de la méthode septennale standard, choisi comme critère.

La section cinq décrira ce qu'il en est du remplacement des poids non centraux des trois de trois et trois de cinq par des poids « stables » (égaux). Les poids centraux de la trois de trois de la méthode X-11-ARMMI à poids saisonniers proposés demeurent  $1/9$ ,  $2/9$ ,  $3/9$ ,  $2/9$  et  $1/9$  pour les séries de six ans et plus tandis que ses poids non centraux<sup>2</sup> deviennent tous égaux à  $1/5$  pour les séries de six ans et plus ; et, à  $1/4$  pour les séries de cinq ans. (Ils sont déjà stables pour les séries de quatre et trois ans dans la méthode non modifiée.) Les poids centraux de la trois de cinq de la méthode à poids saisonniers proposés se lisent encore  $1/15$ ,  $2/15$ ,  $3/15$ ,  $3/15$ ,  $3/15$ ,  $2/15$  et  $1/15$  pour les séries de sept ans et plus. Ses poids non centraux deviennent tous égaux à  $1/5$  pour les séries de cinq ans et plus. (Ils sont déjà stables pour les séries de quatre et trois ans.)

#### 4. *Evaluation de la substitution des poids cyclo-tendanciels optionnels*

La figure 1 montre que le remplacement de la deux de douze par l'estimateur cyclo-tendanciel de Cholette (1979a), incorporé et optionnel dans X-11-ARMMI, n'affecte pratiquement pas le gain du filtre quasi central. Ceci est heureux puisque, comme mentionné précédemment, tous semblent accepter les propriétés des estimés historiques de X-11-ARMMI. Par contre, les figures 2 à 14 indiquent que la même substitution rend les gains des filtres relatifs aux intervalles d'estimation de sept, cinq<sup>3</sup>, quatre et trois ans et aux diverses périodes d'estimation choisies dans ces intervalles, légèrement plus semblables au gain septennal quasi central standard de la figure 1. En général, plus l'intervalle d'estimation est court et plus la période d'estimation se rapporte à la fin d'un intervalle donné, plus la modification réduit le gain aux fréquences cycliques et présaisonnières — et cela sans changement appréciable aux autres fréquences.

Le tableau 1 regroupe l'information des figures 1 à 14 selon la nature des fréquences. Il permettra au lecteur d'évaluer quantitativement l'impact de l'option de remplacement de la deux de douze selon la longueur de la série, selon le type de fréquences qu'il y suppose présentes et selon la période d'estimation à laquelle il s'intéresse. Les entrées du tableau furent obtenues à partir des différences entre les gains du X-11-ARMMI standard, qui utilise la deux de douze pour l'estimation préliminaire de

2. On conviendra qu'il n'existe pas de poids centraux de la trois de trois et de la trois de cinq pour les séries de six ans et moins et de cinq ans et moins respectivement.

3. Le cas de six ans a été omis parce qu'il ne différait pas substantiellement du cas septennal.

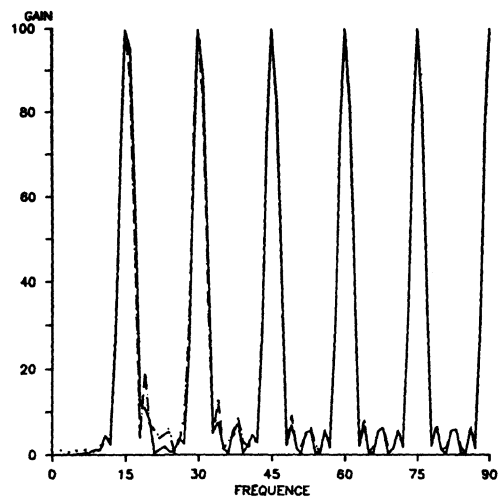


Figure 1. Gains saisonniers relatifs à la 43-ième période d'estimation du X-11-ARMMI septennal standard (.....), à poids cyclo-tendanciels optionnels (---) et à poids cyclo-tendanciels optionnels et saisonniers proposés (—)

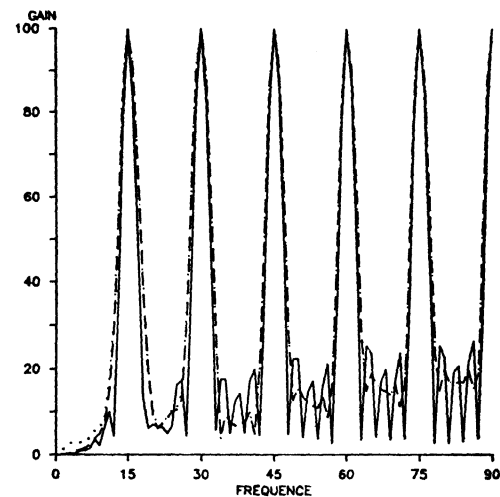


Figure 2. Gains saisonniers relatifs à la 71-ième période d'estimation du X-11-ARMMI septennal standard (.....), à poids cyclo-tendanciels optionnels (---) et à poids cyclo-tendanciels optionnels et saisonniers proposés (—)

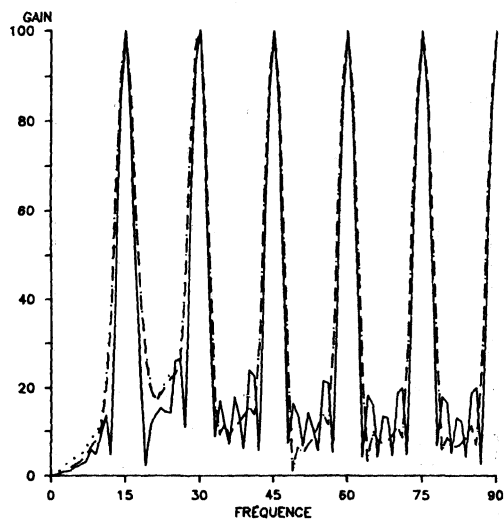


Figure 3 Gains saisonniers relatifs à la 72-ième période d'estimation du X-11-ARMMI septennal standard (····), à poids cyclo-tendanciels optionnels (---) et à poids cyclo-tendanciels optionnels et saisonniers proposés (—)

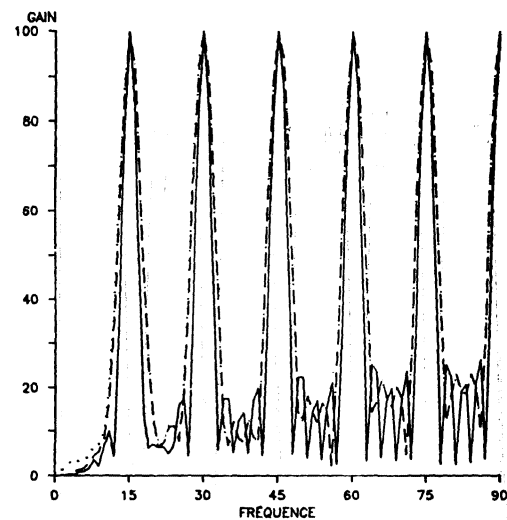


Figure 4 Gains saisonniers relatifs à la 83-ième période d'estimation du X-11-ARMMI septennal standard (····), à poids cyclo-tendanciels optionnels (---) et à poids cyclo-tendanciels optionnels et saisonniers proposés (—)



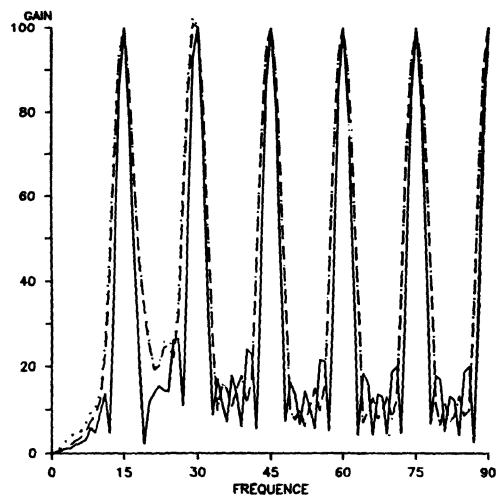


Figure 5. Gains saisonniers relatifs à la 84-ième période d'estimation du X-11-ARMMI septennal standard (.....), à poids cyclo-tendanciel optionnels (---) et à poids cyclo-tendanciel optionnels et saisonniers proposés (—)

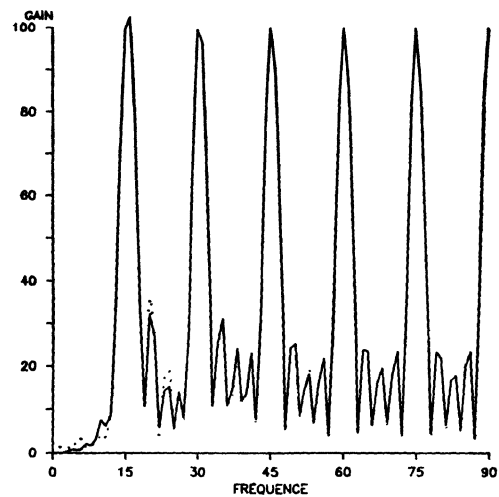


Figure 6. Gains saisonniers relatifs à la 31-ième période d'estimation du X-11-ARMMI quinquennal standard (.....), à poids cyclo-tendanciel optionnels (---) et à poids cyclo-tendanciel optionnels et saisonniers proposés (—)

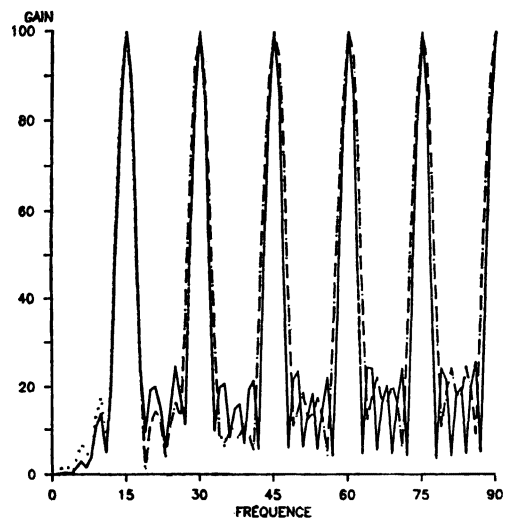


Figure 7. Gains saisonniers relatifs à la 59-ième période d'estimation du X-11-ARMMI quinquennal standard (· · ·), à poids cyclo-tendanciels optionnels (— —) et à poids cyclo-tendanciels optionnels et saisonniers proposés (—)

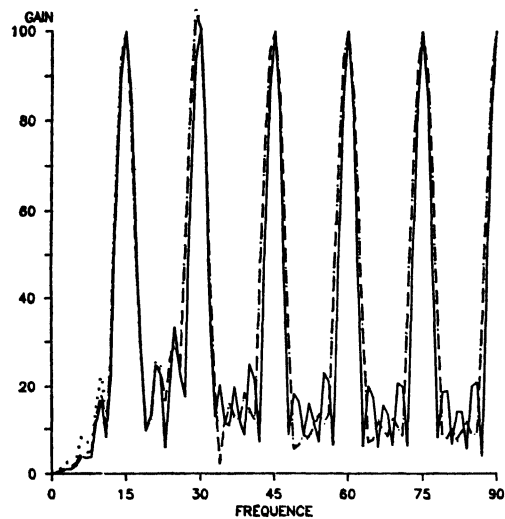


Figure 8. Gains saisonniers relatifs à la 60-ième période d'estimation du X-11-ARMMI quinquennal standard (· · ·), à poids cyclo-tendanciels optionnels (— —) et à poids cyclo-tendanciels optionnels et saisonniers proposés (—)

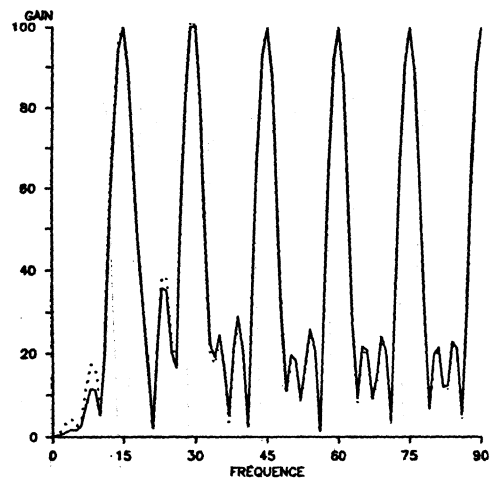


Figure 9 Gains saisonniers relatifs à la 25-ième période d'estimation du X-11-ARMMI quadriennal standard (.....) et à poids cyclo-tendanciels optionnels (—)

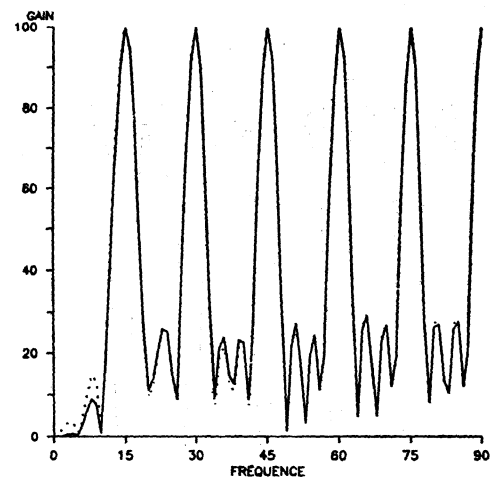
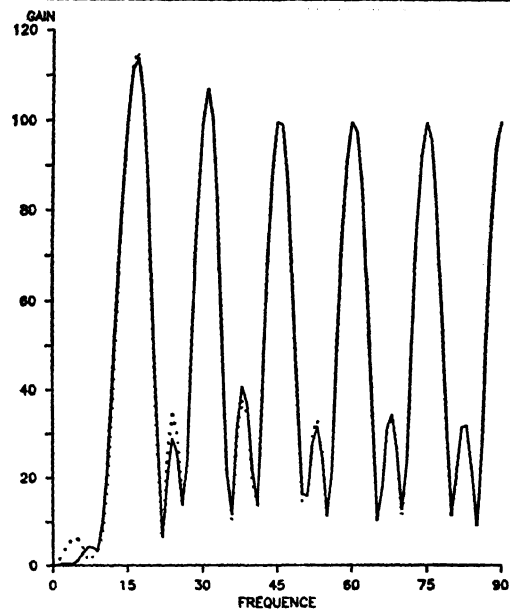
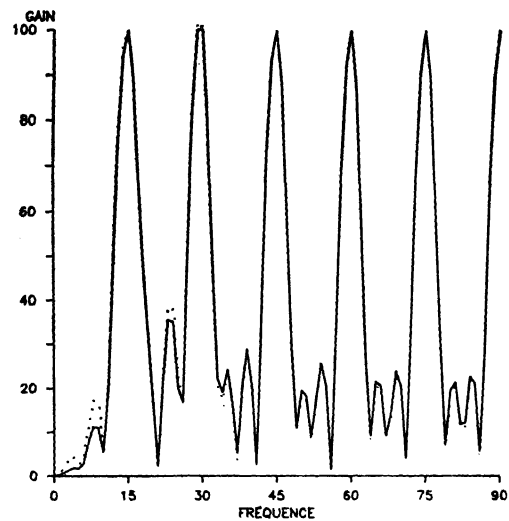


Figure 10 Gains saisonniers relatifs à la 47-ième période d'estimation du X-11-ARMMI quadriennal standard (.....) et à poids cyclo-tendanciels optionnels (—)



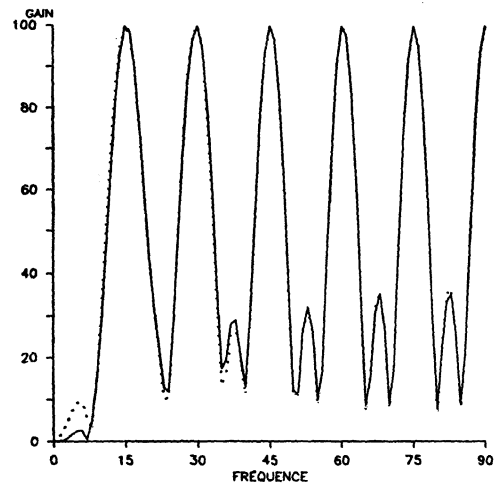


Figure 13 Gains saisonniers relatifs à la 35-ième période d'estimation du X-11-ARMMI triennial standard (.....) et à poids cyclo-tendanciels optionnels (—)

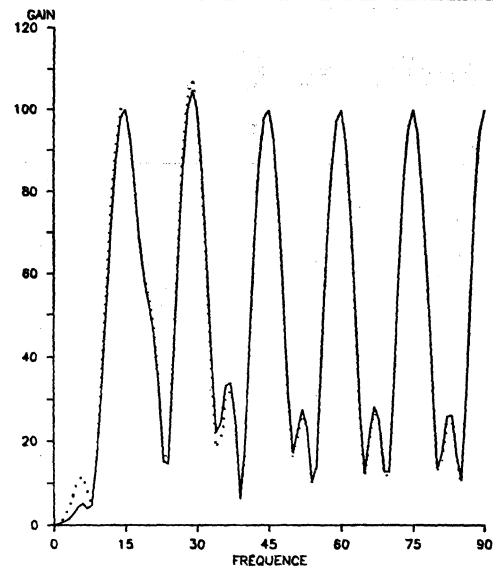


Figure 14 Gains saisonniers relatifs à la 36-ième période d'estimation du X-11-ARMMI triennial standard (.....) et à poids cyclo-tendanciels optionnels (—)

la tendance-cycle et du X-11-ARMMI à poids cyclo-tendanciels optionnels, qui emploie l'estimateur cyclo-tendanciel de Cholette (1979a). Des chiffres positifs indiquent un gain plus élevé pour la première méthode que pour la seconde et favorise donc le X-11-ARMMI à poids cyclo-tendanciels optionnels. En effet, pour ressembler au gain quasi central septennal standard, les gains devraient être les plus faibles possible (sauf aux fréquences saisonnières fondamentales et harmoniques qui de toute manière passent à 100% avec les deux méthodes).

Granger (1966) décrit ainsi le spectre typique des séries économiques : puissance spectrale forte aux basses fréquences tendanciennes et cycliques, qui s'affaiblit graduellement lorsque augmente la fréquence sauf pour des sauts aux fréquences saisonnières. Alors dans la mesure où les séries ont un spectre « typique », dans la même mesure on peut pondérer les entrées du tableau 1 de la même manière.

Le changement total moyen causé par l'usage des poids cyclo-tendanciels optionnels s'avère souvent très faible dans le tableau. On y observe cependant de légères améliorations aux fréquences cycliques qui deviennent plus significatives pour les séries de quatre et trois ans.

Quant aux déphasages engendrés par les deux méthodes, il n'y a pas de différence significative.

##### 5. *Evaluation de la substitution des poids saisonniers proposés*

Pour les séries de cinq ans et plus, les figures 1 à 8 montrent également les gains du X-11-ARMMI à poids cyclo-tendanciels optionnels et à poids saisonniers proposés, décrits à la section trois, et dont nous suggérerions l'incorporation à titre optionnel dans X-11-ARMMI. Il apparaît que les gains de la méthode ainsi doublement modifiée ressemblent beaucoup plus au gain quasi central septennal standard de la figure 1 pour tous les intervalles et périodes d'estimation que ce n'est le cas avec la méthode originale standard. Leurs pointes saisonnières sont beaucoup plus étroites, et leurs creux cycliques et présaisonniers, manifestement plus bas.

L'information visuelle transmise par les courbes prend la forme numérique dans le tableau 2, où valent encore les mêmes règles que dans le premier tableau. Le tableau 3 isole l'effet de la seule modification saisonnière en regroupant (selon le type de fréquences) les différences de gain entre le X-11-ARMMI à poids cyclo-tendanciels optionnels et à poids saisonniers proposés et la méthode à seuls poids cyclo-tendanciels optionnels.

L'impact des deux modifications à la fois apparaît dans le tableau 2 comme substantiel, surtout aux fréquences quasi saisonnières (respon-

TABLEAU 1  
CHANGEMENTS MOYENS DANS LES GAINS DU X-11-ARMMI STANDARD,  
CAUSÉS PAR L'OPTION DE REMPLACEMENT DE LA DEUX DE DOUZE  
PAR L'ESTIMATEUR DE CHOLETTE, POUR CERTAINS INTERVALLES ET PÉRIODES  
D'ESTIMATION CHOISIS AUX FRÉQUENCES DU TYPE INDICUÉ

Type de fréquences	Intervalle d'estimation														
	Sept ans					Cinq ans			Quatre ans			Trois ans			
	Période d'estimation					Période d'estimation			Période d'estimation			Période d'estimation			
	43	71	72	83	84	31	59	60	25	47	48	19	35	36	
Cycliques	0.53	1.60	1.30	1.81	1.45	0.65	1.56	1.20	2.51	2.77	2.51	1.44	3.17	2.88	
Quasi saisonnières autour de la fondamentale	0.27	0.98	0.97	1.07	1.07	−0.74	0.30	0.57	0.79	0.46	0.79	−0.64	0.63	1.01	
1 <sup>re</sup> harmonique	0.50	0.44	0.48	0.50	0.68	0.12	−0.18	0.52	0.15	−0.36	0.15	−0.07	−0.46	0.27	
2 <sup>e</sup> harmonique	−0.00	0.03	0.06	0.03	0.04	0.00	−0.20	−0.20	−0.27	−0.34	−0.27	0.01	−0.49	−0.39	
3 <sup>e</sup> harmonique	0.02	0.0	0.08	−0.02	0.09	0.02	−0.04	−0.11	−0.20	−0.03	−0.20	0.05	−0.06	−0.30	
4 <sup>e</sup> harmonique	−0.00	−0.01	0.05	−0.01	0.04	−0.04	0.10	−0.15	−0.21	0.17	−0.21	−0.08	0.26	−0.34	
5 <sup>e</sup> harmonique	0.0	−0.02	0.07	−0.02	0.05	0.05	0.15	−0.16	−0.22	0.30	−0.22	0.10	0.45	−0.35	
Irrégulières	0.11	0.29	0.35	0.34	0.43	0.04	0.23	0.50	−0.23	−0.22	−0.23	−0.15	−0.38	−0.23	
Changement total	0.15	0.39	0.41	0.45	0.48	0.06	0.29	0.44	0.12	0.15	0.12	0.02	0.10	0.16	

sables du caractère stochastique et évolutif de la saisonnalité) pour lesquelles les gains de la méthode standard dominent ceux de la méthode doublement modifiée par des quantités allant jusqu'à plus de 17% pour certaines périodes de certains intervalles d'estimation. La comparaison des premières lignes des tableaux 2 et 1 fait ressortir que la modification saisonnière accompagnée du substitut à la deux de douze a également amélioré davantage les performances cycliques par rapport à ce qu'elles étaient avec la seule modification cyclo-tendancielle. Quant aux fréquences irrégulières, le tableau 2 indique que la méthode modifiée en passe jusqu'à 7% de moins dans certains cas.

Connaissant l'importance d'estimés terminaux fiables dans l'analyse de la conjoncture et la prise de décision économiques, les améliorations terminales encourues avec la méthode doublement modifiée ne seraient pas à dédaigner, même si elles se font aux dépens d'une saisonnalité

TABLEAU 2

CHANGEMENTS MOYENS DANS LES GAINS DU X-11-ARMMI, CAUSÉS PAR L'OPTION DE REMPLACEMENT DE LA DEUX DE DOUZE ET PAR LES POIDS SAISONNIERS PROPOSÉS, POUR CERTAINS INTERVALLES ET PÉRIODES D'ESTIMATION CHOISIS AUX FRÉQUENCES DU TYPE INDiqué

Type de fréquences	Intervalle d'estimation								
	Sept ans					Cinq ans			
	Période d'estimation					Période d'estimation			
	43	71	72	83	84	31	59	60	
Cycliques	0.55	2.19	2.14	2.60	2.71	0.65	1.67	1.96	
Quasi saisonnières autour de la fondamentale	—3.66	12.63	12.37	16.81	16.34	—0.74	0.29	0.56	
1 <sup>re</sup> harmonique	0.14	11.53	11.44	17.51	17.63	0.12	9.60	10.93	
2 <sup>e</sup> harmonique	0.17	8.46	8.74	15.16	15.19	0.00	14.20	13.15	
3 <sup>e</sup> harmonique	—0.02	8.68	9.74	15.64	16.16	0.02	15.46	13.05	
4 <sup>e</sup> harmonique	—0.06	8.49	8.97	15.70	15.45	—0.04	16.36	12.99	
5 <sup>e</sup> harmonique	—0.02	7.97	9.69	15.55	16.18	0.05	18.08	13.36	
Irrégulières	1.01	3.18	2.88	6.82	7.23	0.04	2.78	2.30	
Changement total	0.50	4.48	4.40	8.20	8.47	0.06	4.69	4.10	



TABLEAU 3

CHANGEMENTS MOYENS DANS LES GAINS DU X-11-ARMMI, CAUSÉS PAR  
LES POIDS SAISONNIERS PROPOSÉS, POUR CERTAINS INTERVALLES ET PÉRIODES  
D'ESTIMATION CHOISIS AUX FRÉQUENCES DU TYPE INDiqué

Type de fréquences	Intervalle d'estimation							
	Sept ans					Cinq ans		
	Période d'estimation					Période d'estimation		
	43	71	72	83	84	31	59	60
Cycliques	0.02	0.59	0.85	0.79	1.26	0.0	0.11	0.77
Quasi saisonnières autour de la fondamentale	-3.93	11.65	11.39	15.74	15.26	0.0	-0.02	-0.01
1 <sup>re</sup> harmonique	-0.36	11.09	10.96	17.00	16.94	0.0	9.77	10.41
2 <sup>e</sup> harmonique	0.17	8.43	8.68	15.13	15.15	0.0	14.41	13.36
3 <sup>e</sup> harmonique	-0.04	8.68	9.66	15.66	16.07	0.0	15.51	13.16
4 <sup>e</sup> harmonique	-0.06	8.50	8.91	15.71	15.41	0.0	16.26	13.14
5 <sup>e</sup> harmonique	-0.02	7.99	9.62	15.57	16.13	0.0	17.93	13.52
Irrégulières	0.92	2.94	2.58	6.60	6.93	-0.00	2.55	1.79
Changement total	0.35	4.08	3.99	7.75	7.98	0.0	4.39	3.66

de 3.66% plus stochastique et mobile au niveau de la fondamentale dans la période quasi centrale de l'intervalle septennal. Quelques nuances s'imposent cependant. Aux extrémités des séries, non seulement les gains sont-ils plus bas, mais aussi les déphasages enregistrés aux fréquences quasi saisonnières sont sensiblement plus marqués avec la méthode à poids cyclo-tendanciels optionnels et saisonniers proposés, comme l'indique le tableau 4. Cela signifie que la saisonnalité évoluant de manière linéaire, par exemple, serait sous-estimée en fin d'intervalle en cas de hausse et surestimée en cas de baisse. Donc si la série à traiter contient beaucoup de saisonnalité mobile mais peu d'irrégulier, le X-11-ARMMI standard est préférable ; si elle ne contient pas de saisonnalité mobile, la version à poids saisonniers proposés ici comme optionnels devient préférable quelle que soit l'importance de l'irrégulier. Par contre, si elle comporte une saisonnalité mobile en régime de forte irrégularité, il y a un compromis à faire entre les chances d'obtenir une saisonnalité évolutive estimée fiable et celles de voir le bruit et les cycles courts la contaminer (voir section 6).

TABLEAU 4

DÉPHASAGES ENREGISTRÉS (EN NOMBRE DE MOIS) AUX PRINCIPALES FRÉQUENCES  
SAISONNIÈRES POUR CERTAINES PÉRIODES D'ESTIMATION DU X-11-ARMMI  
SEPTENNAL STANDARD ET À POIDS CYCLO-TENDANCIELS  
OPTIONNELS ET SAISONNIERS PROPOSÉS

	Méthode							
	X-11-ARMMI standard				X-11-ARMMI proposé			
	Périodes d'estimation							
	71	72	83	84	71	72	83	84
Fréquences autour de la fondamentale								
13/180	1.85	1.75	3.51	3.43	3.73	3.51	5.61	5.40
14/180	0.98	0.97	1.71	1.71	1.76	1.74	2.64	2.62
15/180	0.01	0.01	0.02	0.02	0.02	0.02	0.04	0.04
16/180	-0.87	-0.95	-1.48	-1.57	-1.54	-1.66	-2.29	-2.41
17/180	-1.56	-1.82	-2.74	-3.01	-2.98	-3.35	-4.37	-4.73
1 <sup>re</sup> harmonique								
28/180	0.60	0.47	1.30	1.20	1.12	0.98	1.98	1.84
29/180	0.32	0.28	0.66	0.62	0.56	0.52	0.99	0.95
30/180	0.01	0.01	0.02	0.02	0.02	0.01	0.03	0.03
31/180	-0.28	-0.29	-0.57	-0.56	-0.49	-0.48	-0.87	-0.86
32/180	-0.53	-0.60	-1.11	-1.14	-0.96	-1.03	-1.71	-1.77
2 <sup>e</sup> harmonique								
43/180	0.34	0.31	0.78	0.76	0.65	0.62	1.21	1.19
44/180	0.17	0.17	0.38	0.38	0.30	0.31	0.58	0.58
45/180	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
46/180	-0.15	-0.17	-0.34	-0.36	-0.27	-0.29	-0.52	-0.55
47/180	-0.26	-0.34	-0.66	-0.73	-0.53	-0.63	-1.03	-1.13
3 <sup>e</sup> harmonique								
58/180	0.23	0.24	0.55	0.58	0.44	0.47	0.86	0.89
59/180	0.12	0.13	0.27	0.29	0.21	0.23	0.42	0.44
60/180	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.01	0.01
61/180	-0.11	-0.13	-0.25	-0.28	-0.20	-0.22	-0.39	-0.42
62/180	-0.17	-0.25	-0.48	-0.54	-0.37	-0.44	-0.75	-0.82

## 6. Observations générales

De la juxtaposition des figures 1 à 5, il ressort que les pointes saisonnières terminales du X-11-ARMMI septennal standard (sans les options ARMMI et de remplacement de la deux de douze) sont considérablement plus larges que pour la période d'estimation quasi centrale. Ceci

implique que la méthode peut produire des estimés saisonniers plus mobiles, stochastiques et instables aux extrémités qu'au centre des séries. Cette situation est moins vraie de la méthode à poids cyclo-tendanciels optionnels et à poids saisonniers proposés, qui a des pointes saisonnières terminales visiblement plus semblables à celles du centre. L'examen du cas quinquennal (figures 6 à 8) porte à des affirmations presque identiques.

Une autre constatation s'impose à la comparaison des figures 5 avec 8 et 4 avec 7. Contrairement à ce qu'on prend souvent pour acquis, les propriétés statistiques des estimés terminaux des séries de sept ans et plus (calculés au moyen de n'importe quelle des trois méthodes) sont à peine meilleures — et sous certains rapports pires — que celles d'estimés obtenus à la fin de séries de cinq ans.

La décision de désaisonnaliser devient de plus en plus délicate à mesure que se raccourcit la série. En effet, comme illustré par les figures 1 à 14, les estimés deviennent de plus en plus sensibles à l'irrégularité mais aussi aux mouvements cycliques de durée relativement courte. Puisque la qualité des estimés terminaux quinquennaux se compare assez bien avec celle des estimés terminaux septennaux, nous sommes d'avis que la question de désaisonnaliser ou de s'abstenir se pose avec le plus d'acuité pour les séries de moins de cinq ans. En effet, les pointes saisonnières des gains quadriennaux et triennaux (figures 9 à 14) sont trop larges, et leur hauteur aux fréquences cycliques et présaisonnières de même qu'aux fréquences intersaisonnières, trop considérable (sans mentionner l'amplification saisonnière des gains triennaux quasi central et relatif à la 36<sup>e</sup> période d'estimation au niveau de la fondamentale et de la première harmonique respectivement). Par conséquent, avant de procéder avec confiance à l'ajustement saisonnier de séries de quatre et trois ans, il faudrait idéalement s'assurer qu'elles contiennent moins de cycles économiques courts et moins d'irrégulier qu'on en admet pour les séries plus longues.

Les travaux préparatoires à cette étude nous ont fait remarquer que les propriétés statistiques des estimés (des trois méthodes) s'améliorent de manière presque monotonique au cours de la dernière année d'un intervalle d'estimation à mesure qu'on passe de la fin de l'année au début. Il y a cependant une soudaine détérioration lorsqu'on arrive au dernier mois de l'année antérieure, où les propriétés se retrouvent presque aussi mauvaises et sous les mêmes rapports que pour le dernier mois de la dernière année. L'amélioration reprend ensuite son cours. En d'autres mots, les propriétés relativement mauvaises des estimés terminaux contaminent les estimés des mois homologues des années antérieures. Ceci

tient au fait que les poids des moyennes trois de trois et trois de cinq s'appliquent à des mois homologues.

Les résultats obtenus ici pour les séries mensuelles valent aussi pour les séries trimetrielles. Les poids saisonniers non centraux dont nous recommanderions l'incorporation dans X-11-ARMMI à titre optionnel sont les mêmes. Par contre, l'estimateur cyclo-tendanciel à substituer à la deux de quatre est celui de Leser (1963), à très peu de choses près (Cholette, 1979a), et se trouve aussi actuellement disponible dans les options du programme.

### *Conclusion*

L'utilisation de l'option de remplacement de la deux de douze (et de la deux de quatre) par l'estimateur cyclo-tendanciel de Cholette (1979a) produit des améliorations faibles des estimés qui peuvent ne pas sembler significatives. Cependant, les améliorations sont plus visibles pour les séries de quatre ans et moins, et il serait prudent de l'employer — surtout lorsque les séries sont susceptibles de comprendre des cycles économiques rapides.

Par contre, le remplacement des poids saisonniers non centraux des moyennes trois de trois et trois de cinq apparaît induire des améliorations considérables, et leur incorporation dans le X-11-ARMMI et leur utilisation seraient souhaitables pour les séries à saisonnalité stable et celles à forte irrégularité.

Pierre-A. CHOLETTE \*,  
*Statistique Canada.*

---

\* Je tiens à exprimer ma gratitude à madame Estela Bee Dagum pour avoir lu et suscité des améliorations à la rédaction originale de ce travail.

## RÉFÉRENCES

- CHOLETTE, P.-A., *Comparaison de quelques estimateurs cyclo-tendanciels*, Groupe de la désaisonnalisation, Statistique Canada, Ottawa (non publié), 1979a, 15 p. ; version anglaise « Comparison of Various Trend-Cycle Estimators » reprise dans *Proceedings of the Third International Times Series Meeting* tenu à Houston, août 1980, éd. O.D. Anderson et R. Perryman, North-Holland, 1981 (à paraître).
- CHOLETTE, P.-A., *Diagnostic spectral et améliorations marginales de la méthode de désaisonnalisation X-11 pour les séries courtes*, Groupe de la désaisonnalisation, Statistique Canada, Ottawa (non publié), 1979b, 30 p.
- DAGUM, E.B., *La méthode de désaisonnalisation X-11-ARMMI*, Statistique Canada, catalogue 12-564F, Ottawa, 1980, 121 p.
- GRANGER, C.W.J., « The Typical Spectral Shape of an Economic Variable », *Econometrica*, vol. 34, n° 1, 1966, pp. 150-161.
- KOOPMANS, L.H., *The Spectral Analysis of Time Series*, Academic Press, 1974, 366 p.
- LAROQUE, G., « Analyse d'une méthode de désaisonnalisation : le programme X-11, du U.S. Bureau of Census, version trimestrielle », *Annales de l'Institut National de la Statistique et des Études Économiques (INSEE)*, n° 28, 1977, pp. 109-126.
- LESER, C.E.V., « Estimation of Quasi-Linear Trend and Seasonal Variation », *Journal of the American Statistical Association*, vol. 58, n° 304, 1963, pp. 1033-1043.
- SHISKIN, J., YOUNG, A.H. et MUSGRAVE, J.C., *The X-11 Variant of the Census Method II Seasonal Adjustment Program*, U.S. Bureau of the Census, Technical Paper n° 15, Washington, 1967, 66 p.
- YOUNG, A.H., « Linear Approximations to the Census and BLS Seasonal Adjustment Methods », *Journal of the American Statistical Association*, vol. 63, n° 322, 1968, pp. 445-471.